Anales PANEL'81/12 JAIIO
Sociedad Argentina de informática
e Investigación Operativa. Buenos Aires, 1981

SINTESIS DE CONTADORES CON SOLO ELEMENTOS DE MEMORIA

J. Aguiló

E. Valderrama

R. Escardó

Departamento de Informática
Facultad de Ciencias
Universidad Autónoma de Barcelona
Bellaterra (Barcelona), España

1.- INTRODUCCION

La síntesis de contadores síncronos, entendidos estos como máquinas secuenciales autónomas de comportamiento periódico, ha sido estudiada desde distintos puntos de vista debido a las numerosas aplicaciones de este tipo de autómatas en los sistemas digitales en general. Se ha prestado especial interés a la síntesis de contadores mediante interconexión de elementos de memoria exclusivamente; no sólo por el atractivo que representa construir contadores a partir de elementos idénticos (razón que tal vez ha quedado obsoleta debido al rápido avance tecnológico y al abaratamiento de los chips), sinó también por la simplificación del conexionado que representa, y el aumento de velocidad (y fiabilidad) que se produce al desaparecer el conexionado inherente a las puertas. El fin primordial de estos trabajos ha sido, en consecuencia, el de conocer "a priori" cuales son las secuencias de estados que pueden implementarse con un número mínimo de biestables y sin puertas (2),(3) y (4).

Para ello, salvo alguna excepción, el método de estudio ha consistido en una búsqueda exhaustiva previa de éstas secuencias para posteriormente inferir, en lo posible, resultados de tipo general.

En este artículo se lleva a cabo un desarrollo matemático que nos permitirá calcular, para cada valor de n, las longitudes de las distintas secuencias que se pueden implementar con n biestables y sin lógica combinacional. Dicho desarrollo se ha realizado en principio para biestables tipo D, aunque nos permitirá inferir algunos resultados para otros tipos de flip flops, como veremos más adelante.

2.- DEFINICIONES

Los conceptos que se definen a continuación son harto conocidos; sin embargo, hemos considerado necesario este primer apartado de definiciones por cuanto sienta las bases de todo el desarrollo posterior.

2.1.- MAQUINAS SECUENCIALES AUTONOMAS

Una máquina secuencial autónoma (msa.) (clasicamente un cuadriplete $<Q,S,\delta,\lambda>$, Q={estados}, S={salidas}, δ: función estado siguiente y λ: función de salida), es una aplicación $F=(f_1,f_2,\ldots,f_n)$ de B^n en B^n $(2^{n+1}<\#(Q)\leq 2^n)$, de la forma:

$$F : B^n \longrightarrow B^n$$

$$x \longrightarrow F(x)=(f_1(x),f_2(x),\ldots,f_n(x))$$

donde $f_i : B^n \longrightarrow B \qquad \forall i\in\{1,2,\ldots,n\}$

Nótese que el conjunto de los estados es un subconjunto de B^n $(Q\subset B^n)$, y que no consideramos las salidas del autómata. Esto es perfectamente válido puesto que estamos interesados en las longitudes de ciclo, y no en los ciclos en sí.

Supuesta la síntesis con biestables tipo D, las aplicaciones f_i son funciones de conmutación que representan las funciones de entrada a cada uno de los biestables que componen la máquina. En consecuencia, las funciones f_i deben ser literales (variables complementadas o no), o las constantes 0 o 1 para que la máquina no posea lógica combinacional.

2.2.- M.S.A. COSTE NULO

En otras palabras, una msa. tendrá coste cero (se define el coste en función de la lógica combinacional presente), cuando las funciones f_i sean de la forma:

$$- f_i = \varepsilon_j^{\alpha} \quad \{i,j\} \subset \{1,\dots,n\};\ \alpha \in \{0,1\}$$

$$\varepsilon:\ \text{función proyección}$$

$$- f_i = 0^{\alpha} \quad (0^0=1,\ 0^1=0)$$

2.3.- REPRESENTACION MATRICIAL DE MSA. COSTE CERO

Dichas funciones $F: B^n \longrightarrow B^n$ pueden generalizarse a funciones lineales $F: R^n \longrightarrow R^n$ (ver (5)), de forma que toda msa. coste cero con biestables D puede representarse por una matriz M nxn de 0,1 y -1 con un elemento no nulo por fila a lo sumo, y tal que:

$$- m_{ij}=1 \Rightarrow f_i=\varepsilon_j$$

$$- m_{ij}=-1 \Rightarrow f_i=\overline{\varepsilon}_j$$

$$- m_{ij}=0 \quad \forall j \Rightarrow f_i=0$$

Nota: Para hacer esto es necesario pasar a una representación de B= {1,-1} en vez de la {0,1} habitual; de forma que ahora al hablar, por ejemplo, del estado 5 (101), lo representaremos por 1-11. Asimismo, el caso $f_i=1$ no está previsto puesto que se puede demostrar que todo autómata conteniendo una de las funciones $f_i=1$ es isomorfo a otro con $f_i=0$.

3.- CONTADORES

Hemos caracterizado, hasta ahora, las msa. coste cero. Todas ellas, por tener un número finito de estados, presentan un comportamiento al menos parcialmente periódico; esto es, en su grafo de comportamiento aparece al menos un ciclo cerrado (en el peor de los casos un ciclo de longitud 1). Nuestra tarea siguiente consistirá en identificar dichos ciclos de forma que, dado un contador de una determinada longitud, podamos predecir el mínimo número de biestables que serán necesarios para su síntesis sin puertas. Para ello, dividiremos el estudio en dos partes:

3.1.- MSA. COMPLETAS

Las msa. completas son aquellas en las que la función F es una biyección de B^n en B^n. Se demuestra facilmente (ver apéndice 1), que la condición necesaria y suficiente para que F sea biyectiva es que las funciones f_i sean de la forma:

$$f_1=\varepsilon_{i_1}^{\alpha_1}, f_2=\varepsilon_{i_2}^{\alpha_2}, \ldots, f_n=\varepsilon_{i_n}^{\alpha_n}$$

con, $\{i_1,i_2,\ldots,i_n\}\subset\{1,2,\ldots,n\}$; $i_j\neq i_k \quad \forall j\neq k$

Este tipo particular de máquinas es especialmente fácil de tratar por cuanto, al ser F una biyección, el grafo de comportamiento está exclusivamente formado por ciclos cerrados, y en consecuencia puede estudiarse como un elemento del grupo simétrico S_{2^n}. En este sentido, podemos hablar de descomposición en ciclos de una msa. completa.

De acuerdo con la definición, la matriz asociada a una msa. completa será una matriz nxn, de 0,1 y -1, con un elemento no nulo por fila y por columna.

El estudio de las longitudes de ciclos en este caso veremos que es especialmente simple. Para ello es necesario ver previamente el siguiente teorema, cuya demostración se da en el apéndice 2:

Teorema. Dos msa. completas cuyas matrices asociadas posean el mismo número de menores de dimensión i ($\forall i \in \{1,2,\ldots,n\}$) con determinante +1 y el mismo número con determinante -1 poseen la misma descomposición en ciclos. (Sólo tenemos en cuenta los menores centrados en la diagonal que no contienen menores de dimensión más pequeña).

En consecuencia, a partir de este punto, tomaremos como iguales aquellas máquinas cuyas matrices cumplan la condición anterior, aunque rigurosamente hablando sean isomorfas.

Consideraremos dos casos:

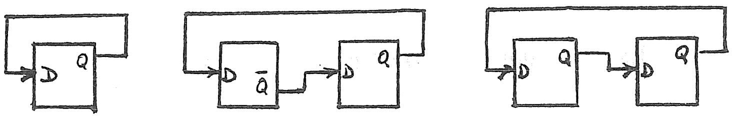
3.1.1.- MSA. COMPLETAS COMPUESTAS

Toda mquina cuya matriz asociada posea más de un menor con determinante no nulo es una máquina compuesta (de hacho, es una composición paralelo de msa. más simples).

En efecto, la existencia de k menores no nulos y que no contengan ningún menor más pequeño (puesto que evidentemente dos menores de orden k_1 y k_2 pueden formar un menor de dimensión k_1+k_2), de dimensiones $i_1,i_2,\ldots,i_k$ ($\sum_{j=1}^{k} i_j = n$), significa que la máquina F se compone de k submáquinas $F_1,F_2,\ldots,F_k$ disjuntas, cada una de ellas conteniendo $i_1,\ldots,i_k$ biestables interconectados entre sí. A título de ejemplo, la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

posee un menor de dimensión 1 ($m_{22}=1$), y dos menores de dimensión 2 (m_{13},m_{31}; y m_{45},m_{54}). La máquina representada por esta matriz, en consecuencia, estará compuesta por tres submáquinas de 1,2 y 2 biestables respectivamente como puede observarse en la figura 1.



(2) (1) (3) (4) (5)

Fig. 1

Suponiendo que pudiésemos conocer las longitudes máximas de cada una de las k submáquinas, resulta claro que la longitud de ciclos máxima de la máquina compuesta sería el m.c.m. de las longitudes de cada submáquina; ya que cada estado de F es una k-epla $(s_1,s_2,\ldots,s_k)$, donde $s_1,\ldots,s_k$ son los estados de F_1,F_2 $\ldots,F_k$. El siguiente paso, por lo tanto, consistirá en hallar las longitudes de ciclos máximas correspondientes a las máquinas que llamaremos simples.

3.1.2.- MSA. COMPLETAS SIMPLES

Son aquellas cuya matriz asociada posee un sólo menor de dimensión n. De acuerdo con el teorema anterior, sólo existirán dos descomposiciones en ciclos diferentes; la correspondiente a un menor con determinante +1, o con determinante -1. Puesto que la longitud de ciclos máxima coincide con el orden de la matriz, concluimos que toda msa. completa simple de dimensiones rxr (r biestables) genera, o bien una longitud de ciclo máxima de r, o bien de 2r.

El siguiente teorema nos asegura que no hemos de preocuparnos por las longitudes no máximas:

Teorema. a) En una cierta descomposición en ciclos de una msa. completa, todas las longitudes de ciclos que aparecen son divisores de la longitud máxima.

b) Para un cierto valor de n, las longitudes máximas que aparecen en las distintas descomposiciones en ciclos son tales que si aparece la longitud l_i, también aparecen todas las longitudes l_j divisoras de l_i.

Demostración. a) La primera parte es trivial.

b) La segunda parte puede demostrarse por inducción. En efecto; se cumple para n=1, cuyas dos únicas longitudes máximas son 1 y 2, y para n=2 cuyas longitudes son 1,2 y 4. Supongamos que se cumple para $n \leq x$. En $n=x+1$ aparecerán:

- Todas las matrices de n=x con un ±1 adicional en la diagonal; esto es, todas las longitudes de la forma:

  $\mathrm{mcm}(l_i^x,1)=l_i^x$, que cumple la condición por hipótesis.

  $$\mathrm{mcm}(l_i^x,2)=\begin{cases} l_i^x & \text{si } l_i^x \text{ es múltiplo de } 2 \\ 2l_i^x & \text{si } l_i^x \neq \dot{2} \end{cases}$$

  En este último caso deberían aparecer además las longitudes $2l_j^x$ con l_j^x divisor de l_i^x; pero todas ellas aparecerán ya que si $l_i^x \neq \dot{2} \Rightarrow l_j^x \neq \dot{2} \Rightarrow \mathrm{mcm}(l_j^x,2)=2l_j^x$.

- Las matrices simples de dimensión x+1 que producirán las longitudes (x+1) y 2(x+1). Puesto que por hipótesis se cumple para n x, aparecerán todas las longitudes de 1 a x, y en consecuencia,(y puesto que el divisor mayor de 2(x+1) es (x+1)), todos los divisores de (x+1) y 2(x+1).

3.1.4.- ALGORITMO DE BUSQUEDA DE LONGITUDES

En virtud de las consideraciones anteriores, y teniendo en cuenta que sólo necesitamos buscar las longitudes máximas, estamos ya en disposición de presentar un algoritmo que determine cuales son las secuencias que pueden generarse con biestables D y sin lógica combinacional.

Paso 1. Descomponer el número n en sumandos de todas las formas posibles. Existen N descomposiciones diferentes, con

$$N = \sum_k (-1)^{k-1} . p(n - \frac{3k^2 \pm k}{2}); \quad p(0)=1; \; p(n)=N; \; 1 < \frac{3k^2 \pm k}{2} \leq n$$

Esta descomposición nos dará la estructura de menores de la máquina.

Paso 2. Para cada descomposición de n ($n = \sum_{i=1}^{k} s_i$), cada uno de los sumandos nos produce, sea la longitud s_i, sea la $2s_i$.

Paso 3. Las longitudes máximas se hallarán buscando en mcm de todas las posibles k-eplas $(s_1^*, s_2^*, \ldots, s_k^*)$, donde por s_i^* indicamos s_i o $2s_i$ indistintamente. El proceso debe realizarse para las N descomposiciones de n.

EJEMPLO : Búsqueda de las longitudes para n=4.

1) Existen 5 posibles descomposiciones de 4, que son:

4 = 4
1+3
2+2
1+1+2
1+1+1+1

2) Los menores de dimensión 1 producirán las longitudes 1 y 2; los de 2 las 2 y 4; los de 3 las 3 y 6; y el de 4 las 4 y 8.

3) En consecuencia, las longitudes para n=4 serán:

Descomp. de n	Longitudes
4	4 y 8
1+3	mcm(1,3)=3;mcm(1,6)=6;mcm(2,3)=6; mcm(2.6)=6.
2+2	2 y 4
1+1+2	2 y 4
1+1+1+1	1 y 2

En resumen, el n=4 genera las longitudes 1,2,3,4,6 y 8.

En la tabla siguiente se muestran los resultados obtenidos para $1\leqslant n\leqslant 13$.

n	Longitudes																																		
1	1	2																																	
2	1	2		4																															
3	1	2	3	4		6																													
4	1	2	3	4		6		8																											
5	1	2	3	4	5	6		8		10		12																							
6	1	2	3	4	5	6		8		10		12																							
7	1	2	3	4	5	6	7	8		10		12		14				20			24														
8	1	2	3	4	5	6	7	8		10		12		14	15	16		20			24			30											
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		12		14	15	16	18	20			24			30			40								
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		12		14	15	16	18	20	21		24			30			40					60			
11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		14	15	16	18	20	21	22	24		28	30			40				56	60			
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		14	15	16	18	20	21	22	24		28	30	35		40	42			56	60			84	120
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20	21	22	24	26	28	30	35	36	40	42	44	48	56	60	72	80	84	120

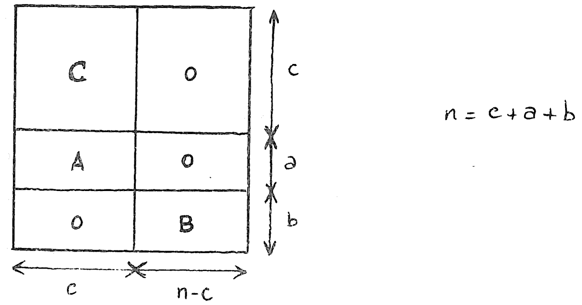
Tabla I. N°de biestables D necesarios para implementar con coste 0 contadores de una cierta longitud.

3.2.- MSA. NO COMPLETAS

Las msa. no completas son aquellas en las que F no es una biyección. Para estas máquinas se cumple el siguiente teorema:

Teorema.Para un cierto valor de n, las longitudes de los ciclos generadas por las msa. no completas son un subconjunto del de las completas.

Demostración.Sea M la matriz asociada a una msa. no completa. M puede escribirse (reordenando filas y columnas) como:



donde C contiene todos los posibles menores no nulos; A es una matriz con un ±1 por fila a lo sumo; y B tiene asimismo un ±1 por fila como máximo, y al menos una columna de ceros. La longitud máxima nos vendrá dada por un r tal que $M^r(x)=x\ \forall x \in B^n$. En general, M^i tendrá el siguiente aspecto:

$$\left[\begin{array}{c|c} C^i & 0 \\ \hline A.C^{i-1} & 0 \\ \hline 0 & B^i \end{array}\right]$$

B tiene al menos una columna de ceros, y por tanto, B^i poseerá al menos i columnas de ceros. Así, para i=n-c (o i n-c si B tiene más de una columna de ceros), $B^{n-c}=0$. Evidentemente ninguno de los productos M^i cumple que $M^i=M$, ya que $B^i \neq B$ (de hacho, nos estamos moviendo sobre los caminos no cíclicos del grafo). A partir de este índice i=n-c es cuando podemos buscar los ciclos. Tenemos ahora una matriz M' con B=0, y buscamos un r tal que:

$$\left[\begin{array}{c|c} C & 0 \\ \hline A & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} C^r & 0 \\ \hline A\,C^{r-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right]$$

Si $C^r=C \Rightarrow C^{r-1}=I \Rightarrow AC^{r-1}=A \Rightarrow (M')^r=M'$. Luego la longitud máxima viene fijada única y exclusivamente por los menores C. Pero evidentemente, los menores son los mismos que aparecían en el caso de los completos, con lo cual no podrá aparecer ninguna longitud nueva.

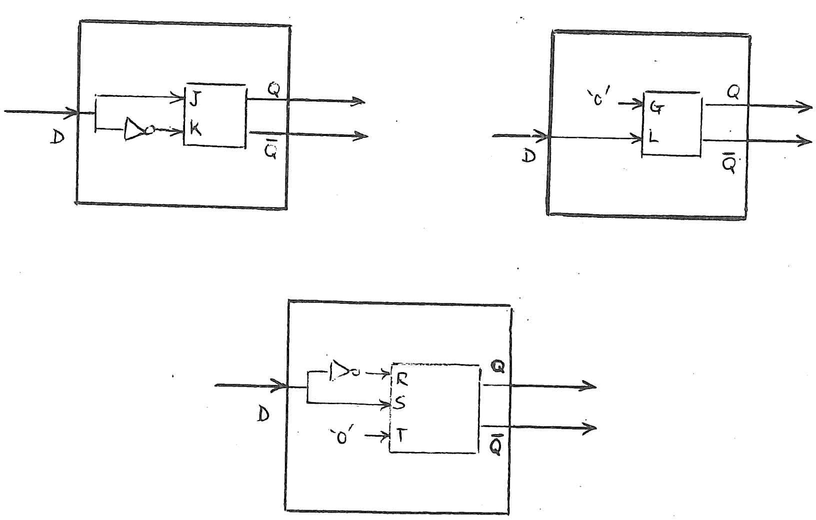
En consecuencia, podemos afirmar que la tabla 1 contiene <u>todas</u> las longitudes de ciclo que se pueden generar con n biestables tipo D y sin lógica combinacional.

4.- SINTESIS CON OTROS TIPOS DE FLIP FLOPS

Las siguientes propiedades permiten inferir ciertos resultados sobre la síntesis de contadores con otros tipos de biestables que no sean los D.

1. El flip flop RS es funcionalmente equivalente al D (1), y en consecuencia la tabla de longitudes 1 es perfectamente válida para el RS. Por funcionalmente equivalente entendemos la propiedad de los flip flops D y RS demostrada en (1) según la cual toda msa. sintetizable con n flip flops D y sin puertas puede ser implementada con el mismo número de flip flops RS y coste cero, y viceversa.

2. El número de flip flops JK, GL o RST necesarios para implementar una cierta msa. es menor o igual al número de flip flops D. La tabla de longitudes, por tanto, nos da una cota máxima del número de flip flops JK, GL o RST imprescindibles en la síntesis de un contador dado. Esta propiedad es evidente por cuanto el comportamiento de un flip flop D puede ser simulado por un JK, GL o RST sencillamente tomando $J=\overline{K}=D$; $G=1$ $L=D$; y $T=0$ $\overline{R}=S=D$, como puede verse en la fi-ra siguiente:



APENDICE 1

TEOREMA

Una función $F=(f_1,f_2,\ldots,f_n) : B^n \longrightarrow B^n$, con $f_i=\varepsilon_k^{\alpha_j}$ o $f_i=0^{\alpha_j}$ es biyectiva $\Leftrightarrow$ $f_i=\varepsilon_j^{\alpha_k}$ con $\alpha_k \neq \alpha_1$ $\forall k \neq 1$.

DEMOSTRACION

1- F biyectiva $\Leftrightarrow$ $f_1^{\alpha_1} . f_2^{\alpha_2} \ldots f_n^{\alpha_n} \neq 0$ $\forall (\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n) \in B^n$

2- Si $f_i=0^{\alpha_j} \Rightarrow f_1^{\alpha_1} \ldots (0^{\alpha_j})^{\alpha_j} \ldots f_n^{\alpha_n} = f_1^{\alpha_1} \ldots 0 \ldots f_n^{\alpha_n}=0$

En consecuencia las f_i constantes hemos de omitirlas.

Si $f_i=\varepsilon_j^{\alpha_k}$ $\forall i \Rightarrow$

$$f_1^{\alpha_1} \ldots f_n^{\alpha_n} = (\varepsilon_{j_1}^{\alpha_{j_1}})^{\alpha_1} \ldots (\varepsilon_{j_n}^{\alpha_{j_n}})^{\alpha_n} = \varepsilon_{j_1}^{\alpha_{j_1} \equiv \alpha_1} \qquad \varepsilon_{j_n}^{\alpha_{j_n} \equiv \alpha_n}$$

Evidentemente esta expresión es distinta de cero para cualquier valor de $\alpha_1 \ldots \alpha_n \Leftrightarrow \alpha_{j_i} \neq \alpha_{j_k}$ $\forall i \neq k$.

APENDICE 2

Llamemos I_n al cojunto de las funciones $F=(f_1,f_2,\ldots,f_n)$ con $f_i=\varepsilon_k^j$ biyectivas. En I_n establecemos la siguiente relación

$$F_1,F_2 \in I_n \qquad F_1 \sim F_2 \Leftrightarrow \exists \sigma \in I_n \mid \sigma^{-1} . F_1 . \sigma = F_2$$

Esta relación:

Esta relación:

1- Es una relación de equivalencia.

2- La partición inducida en I_n es evidentemente más fina que la inducida por la isomorfía de grafos. (En tal caso es necesario unicamente que σ sea biyectiva, pero no que pertenezca a I_n).

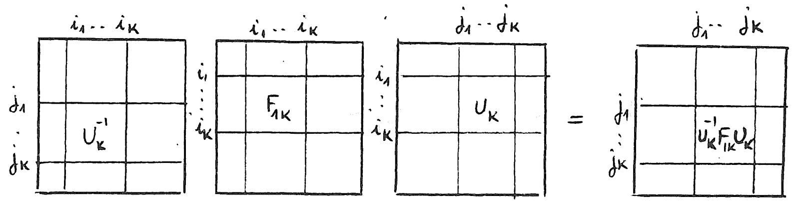
TEOREMA

Dos msa. completas cuyas matrices asociadas posean el mismo número de menores de dimensión i ($i \in \{1,2,\ldots,n\}$) con determinan te +1 y el mismo número con determinante -1 tiene la misma descomposición en ciclos. (Sólo consideraremos los menores centrados en la diagonal que no contienen menores más pequeños).

DEMOSTRACION.

La demostración se hará por construcción viendo que si F_1 y F_2 son dos matrices con las características antes citadas, entonces $\exists U \in I_n$ tal que $U^{-1}.F_1.U=F_2$. La construcción de esta matriz U se hará en varios pasos:

1. Supongamos que exista un menor de dimensión k que en F_1 ocupa las filas y columnas $i_1, i_2, .., i_k$, y en F_2 las $j_1, j_2, ..., j_k$. U deberá tener un menor no nulo en las posiciones $i_1, .., i_k, j_1, ..., j_k$, como indica la figura.



Este proceso se sigue para todos los menores de F_1 y F_2.

2. El menor $U_k^{-1}.F_{1k}.U_k$ todavía no tiene porqué coincidir con el menor de dimensión k F_{2k}. (coinciden unicamente en posición). Sean F_{1k} y F_{2k} dos menores de la misma dimensión y con el mismo determinante:

a) Si $(F_{1k})_{ij}$ y $(F_{2k})_{ij}$ son no negativos $\forall i,j$, dichos menores pueden verse como matrices de incidencia de grafos isomorfos, y en consecuencia $\exists U_k | \; U_k^{-1}.F_{1k}.U_k=F_{2k}$.

b) En caso contrario, el proceso se realiza en dos partes, aprovechando la propiedad de las matrices de I_n en virtud de la cual toda $U \in I_n$ puede descomponerse en el producto $U=D.|U|$ donde D es tal que $d_{ii}= 1$, $d_{ij}=0 \; \forall i \neq j$, y $|U|$ significa el valor absoluto de U . El apartado (a) nos asegura que $\exists U$ tal que $|U|^{-1} |F_{1k}| |U|=|F_{2k}|$. Luego:

$$(|U^{-1}|\cdot F_{1k}|U|)_{ij}= (F_{2k})_{ij}$$

Por tener el mismo determinante, si llamamos n_1 al número de elementos -1 de $|U^{-1}|F_{1k}|U|$ y n_2 al de F_{2k}, $n_1=n_2\pm 2x$ $x\epsilon N$.

b.1) Si $n_1=n_2$ y supongamos que $(F_{1k})_{ij}=-1$, $(F_{2k})_{ij}=1$, y $(F_{1k})_{1m}=1$, $(F_{2k})_{1m}=-1$. En general, llamaremos r' a la columna de F_{1k} o F_{2k} en la que la fila r posea un ± 1. Hacemos $d_{ii}=d_{i'i'}=\ldots=d_{11}=-1$ y el resto $d_{jj}=1$. Siempre podremos llegar al índice 11 puesto que F_{1k} y F_{2k} son menores no nulos centrados en la diagonal. Con este valor de D se cumple (tengamos en cuenta que multiplicar una matriz a derecha e izquierda por D equivale a cambiar de signo las filas y columnas i para las cuales $d_{ii}=-1$):

$$(D.F_{1k}.D)_{ij}=(F_{2k})_{ij}$$

$$(D.F_{1k}.D)_{1m}=(F_{2k})_{1m}$$

b.2) Si $n_1=n_2+2x$ $x\epsilon N-\{0\}$, en virtud del paso anterior, los -1 de F_{1k} pueden agruparse de forma que tengamos 2x elementos tales que $(F_{1k})_{ii'}=1$ y $(F_{1k})_{i'i''}=1$. Haciendo $d_{ii}=-1$ en cada uno de los casos conseguiremos aumentar en 2x el número de -1 de la matriz F_{1k}, y pasar por tanto al caso anterior $n_1=n_2$.

BIBLIOGRAFIA

(1) Aguiló, J.: "Circuitos secuenciales sintetizados exclusivamente con flip flops." Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona, Setiembre 1977.

(2) Acha J.I., Huertas J.L., Merino J.: "Generación y clasificación de circuitos contadores sin puertas con 4 biestables JK." Revista de Informática y Automática, vol 40, pp 11-22. 1979.

(3) Davio M., Bioul G.:"Interconnection structures of injective counters composed entirely of JK flip flops." Information and Control, vol 33, pp 304-332. 1977.

(4) Manning F.B.,Fenichel R.:"Synchronous counters constructed entirely of JK flip flops." IEEE Trans. on Computers, vol C-25, pp 300-306. March 1976.

(5) Valderrama E.:"Asignación de estados en máquinas sin lógica combinacional." Tesis Doctoral. Univ. Aut. de Barcelona. Junio 1979.